

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 27 IANUARIE 2008

CLASA A 6 - A

1. Să se determine numerele naturale nenule a, b , știind că suma lor este 74 și, împărțind pe a la b , se obține un cât egal cu restul împărțirii.

2. Se consideră mulțimile

$$A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{N}, x \leq 11\}, B = \{y \mid y = 2k + 1, k \in \mathbf{N}, y < 15\},$$

$$C = \left\{ z \mid z = \frac{x + y + 1}{3}, x \in A, y \in B \right\}$$

a) Determinați cardinalul fiecăreia dintre mulțimile A, B, C .

b) Să se determine $\mathbf{N} \cap C$.

c) Să se decidă dacă mulțimile $(A \cup B) \times B$ și $(A \times B) \cup (B \times B)$ au același cardinal.

3. Se consideră numărul $M = 7^{2008} + 4$.

a) Să se determine ultima cifră a numărului M .

b) Să se arate că M nu este un pătrat perfect.

4. Se dau unghiurile $\angle A_1OA_2, \angle A_2OA_3, \dots, \angle A_{12}OA_{13}$, astfel încât oricare două nu au puncte interioare comune. Semidreptele $(OA_1$ și $(OA_{13}$ sunt opuse, iar măsurile celor 12 unghiuri, exprimate în grade, sunt numere naturale pare consecutive.

a) Aflați măsurile unghiurilor.

b) Există două dintre cele 12 bisectoare ale unghiurilor, care să aibă dreptele suport perpendiculare?

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Timp de lucru: 2 ore