

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

FAZA PE SECTOR

BUCUREȘTI-14.02.2009

SOLUȚII ȘI BAREM DE CORECTARE

CLASA a VI-a

1. Se aplică principiul cutiei.

2. Înmulțim prima relație cu 5, pe cea de-a doua cu 3 și le scădem. Obținem $5a + 9c = 57$. Din $9c \leq 57$ deducem $c \leq 6$. Din $5a = 57 - 9c$, deducem că $57 - 9c$ se divide cu 5. Obținem $c = 3$ și $a = 6$

3. Se consideră toate cele 6 așezări (permutări) ale punctelor și se obține: $NN' = \frac{1}{2}PP'$.

4.a) $8^\circ, 12^\circ, \dots, 52^\circ$

b) Da există. Perechea $((OA_6, (OA_{11})))$, deoarece

$$m(\sphericalangle A_6 OA_7) + \dots + m(\sphericalangle A_{10} OA_{11}) = 28^\circ + 32^\circ + 36^\circ + 40^\circ + 44^\circ = 180^\circ$$

c) Da există. Fie $(OE_1, (OE_2, \dots, (OE_{12}$ bisectoarele celor 12 unghiuri în ordinea scrisă. Atunci $OE_5 \perp OE_8$, deoarece

$$m(\sphericalangle E_5 OA_6) + m(\sphericalangle A_6 OA_7) + m(\sphericalangle A_7 OA_8) + m(\sphericalangle A_8 OE_8) = 12^\circ + 28^\circ + 32^\circ + 18^\circ = 90^\circ$$