OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 09.02.2013 -

CLASA A VIII-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. a) Arătaţi că $\left(\sqrt{2}-1,42\right)\cdot\left(\sqrt{12}-3,48\right)\cdot\left(\sqrt{6}-2,46\right)<0$;

b) Determinaţi cel mai mic număr natural *a* astfel încât, pentru oricare numere naturale distincte şi nenule *m*, *n* şi *p*, are loc inegalitatea $\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{p}+\sqrt{mn}+\sqrt{np}+\sqrt{pm}<a\sqrt{mnp}$.

2. Se consideră expresia $E(x)=ax^2+bx+c$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$. Determinaţi numerele *a*, *b* şi *c* ştiind că $E(x)\in\mathbb{Q}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ şi $E(2013)=2013$.

3. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ în care $AB=12$, $BC=9$ şi $AA'=4$. Determinaţi minimul sumei $MA+MB+MC+MD$, unde *M* este un punct variabil pe faţa $A'B'C'D'$.

4. a) Dacă *x*, *y* şi *z* sunt numere raţionale strict pozitive şi $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\in\mathbb{Q}$, arătaţi că $\sqrt{x},\sqrt{y}$ şi $\sqrt{z}$ sunt numere raţionale.

b) Se consideră numerele naturale nenule *a*, *b* şi *c* astfel încât numerele $x=\left(a+1\right)^2-4b$, $y=\left(b+1\right)^2-4c$ şi $z=\left(c+1\right)^2-4a$ sunt naturale nenule. Dacă $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=2013$, determinaţi numerele *a*, *b* şi *c*.

Una dintre probleme a fost selectată din colecția ***Gazetei Matematice***- Seria B, publicație lunară pentru tineret, fondată în anul 1895, editată de
Societatea de Științe Matematice din România