

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
- ETAPA PE SECTOR, 09.02.2013 -****CLASA A VII-A**

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.  
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. Se consideră triunghiul  $ABC$  în care  $m(\widehat{C}) = 2 \cdot m(\widehat{A})$  și  $AC = 2 \cdot BC$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .
2. a) Determinați numerele naturale  $a$  care au proprietatea că  $|a - \sqrt{2}| + |a - 2\sqrt{2}| + |a - 3\sqrt{2}| \in \mathbb{Q}$ ;  
b) Demonstrați că numărul  $N = |a - \sqrt{2}| + |a - 2\sqrt{2}| + |a - 3\sqrt{2}| + \dots + |a - 2013\sqrt{2}|$  este irațional pentru orice număr rațional  $a$ .
3. Se consideră triunghiul  $ABC$  în care  $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$  și  $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$ . Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $[BC]$ . Determinați măsura unghiului  $\widehat{AMB}$ .
4. Se consideră mulțimea  $A = \{k \in \mathbb{N} \mid 501 \leq k \leq 1000\}$ . Pentru oricare element  $k \in A$ , notăm cu  $d_k$  cel mai mare divizor impar al numărului  $k$ .  
Arătați că numărul  $p = d_{501} + d_{502} + \dots + d_{1000}$  este pătrat perfect.