OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 09.02.2013 -

CLASA A VI-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

1. Determinați numerele prime p şi q ştiind că $\frac{p}{q}=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$, unde a şi b sunt numere naturale nenule.

2. Determinați numerele $a\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}^*$ şi cifra b astfel încât să aibă loc egalitatea $6^a+1=\underbrace{\overline{bb...b}}_{n \text{ ori}}$.

3. Se consideră numărul natural prim *p*. Numărul natural n este divizibil cu p^3 dar nu este divizibil cu p^4. Numerele $d_1, d_2, ..., d_k$, $k\in\mathbb{N}^*$, sunt divizorii numărului *n* şi $1=d_1<d_2<...<d_k=n$.

a) Determinați cea mai mică valoare posibilă a lui *k*;

b) Arătați că numărul $P=d_1\cdot d_2\cdot ...\cdot d_k$ este pătrat perfect.

4. Se consideră numerele naturale nenule *m* şi *n* şi un unghi alungit $\widehat{A_0OA_{m+n}}$. De aceeaşi parte a dreptei A_0A_{m+n} se consideră, în sensul mişcării acelor de ceasornic, semidreptele $(OA_1, (OA_2, ..., (OA_{m+n-1}$, care formează unghiurile $\widehat{A_0OA_1}, \widehat{A_1OA_2}, \widehat{A_2OA_3}, ..., \widehat{A_{m+n-1}OA_{m+n}}$.

Se ştie că un număr de *m* unghiuri dintre cele menționate au măsura egală cu 3°, iar celelalte *n* unghiuri au măsura egală cu 5°.

a) Determinați cea mai mică valoare a sumei $m+n$;

b) Dacă $m=5$, arătați că există $i, j\in\{0,1,2,...,m+n\}$ astfel încât $m\left(\widehat{A_iOA_j}\right)=30^\circ$.

Una dintre probleme a fost selectată din colecția ***Gazetei Matematice***- Seria B,
publicație lunară pentru tineret, fondată în anul 1895, editată de
Societatea de Ştiințe Matematice din România