



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 23.02.2014 -**

CLASA A VII-A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

- Determinați toate perechile de numere naturale (a, b) care verifică egalitatea
 $a^2b^2 - 11a^2 - 11b^2 = 1893$.
- Se consideră trapezul $ABCD$ ($AB \parallel CD$) în care $\{O\} = AC \cap BD$. Punctele M și N sunt situate pe segmentele (AO) și respectiv (BO) , iar punctele P și Q sunt situate pe segmentele (AD) și respectiv (BC) , astfel încât $MP \perp AD$, iar $NQ \perp BC$.
 - Demonstrați că $S_{OAD} = S_{OBC}$;
 - Demonstrați că $MN \parallel AB$ dacă și numai dacă $\frac{AD}{BC} = \frac{NQ}{PM}$.
- Se consideră numerele întregi nenule a, b și c care verifică egalitatea $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.
 - Arătați că $|a + b + c| \leq 3$;
 - Arătați că cel puțin unul dintre numerele a, b sau c are modulul egal cu 1.
- Pe ipotenuza triunghiului dreptunghic ABC , $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, se consideră punctele D și E astfel încât $BD = AB$ și $CE = AC$. Punctele F și G sunt situate pe laturile (AB) , respectiv (AC) astfel încât $BF = BE$ și $CG = CD$. Dacă I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC , demonstrați că punctele F, I și G sunt coliniare.