

# EXAMENE ȘI CONCURSURI

## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ, 16 FEBRUARIE 2002

prezentare de Marian Andronache și Dinu Șerbănescu

### Enunțuri

#### Clasa a VII-a

1. Numerele  $x, y, z$  sunt numere naturale cu proprietatea că  $x < y < z$ . Dacă  $x, y, z$  sunt direct proporționale cu trei numere naturale consecutive, în câte moduri diferite poate fi scris numărul 180 sub forma  $x + y + z$ ?

\* \* \*

2. Un grup de 67 de elevi este testat cu un set de 6 întrebări numerotate de la 1 la 6. Pentru un răspuns corect la întrebarea cu numărul  $n$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, 6\}$ , se acordă  $n$  puncte; în caz contrar se pierde  $n$  puncte.

a) Care este cea mai mică diferență pozitivă posibilă între două punctaje diferite?

b) Dovediți că cel puțin patru participanți au obținut același punctaj.

c) Dovediți că cel puțin doi participanți au dat răspunsuri identice la toate întrebările.

*M. Fianu, București și D. Brânzei, Iași*

3. Se consideră triunghiul echilateral  $ABC$  cu centrul de greutate  $G$ . Fie  $M$  un punct interior triunghiului și  $O$  mijlocul segmentului  $MG$ . Prin  $M$  se duc trei segmente, fiecare paralel cu câte o latură a triunghiului și cu capetele pe celelalte două laturi ale triunghiului dat.

a) Arătați că  $O$  se află la distanțe egale față de mijloacele celor trei segmente considerate.

b) Arătați că mijloacele celor trei segmente sunt vârfurile unui triunghi echilateral.

*M. Asiminoaică, Iași*

4. Se dă dreptunghiul  $ABCD$ . Punctele  $E$  și  $F$  aparțin segmentelor  $(BC)$  și  $(DC)$ , astfel încât  $\widehat{DAF} \equiv \widehat{FAE}$ . Arătați că dacă  $DF + BE = AE$ , atunci  $ABCD$  este pătrat.

*M. Fianu, București*