

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ – 3 MARTIE 2007**

CLASA A VI-A

1. Se consideră numărul \overline{abcd} , scris în baza 10, cu cifre diferite, nenule, pentru care $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $c + d = 4$ și $\overline{ab} + a + b + \overline{ba} = 96$.

a) Arătați că $\frac{\overline{ab}}{cd} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{\overline{ba}}{dc}$.

b) Câte numere \overline{abcd} de acest fel există?

Problemă propusă de prof. Constanța Gusta

2. Spunem că un număr natural x „își atinge scopul” dacă și numai dacă este un număr de cel puțin două cifre și se poate scrie ca suma unor numere naturale consecutive, cel mai mic dintre aceste numere naturale consecutive fiind egal cu suma cifrelor numărului x . Aflați numerele naturale care „își ating scopul” și care au suma cifrelor egală cu 1.

Problemă propusă de prof. Gheorghe Pădurariu

3. Se consideră semidreptele $[OX, [OY, [OZ$ cu proprietatea că unghiurile $\sphericalangle XOY, \sphericalangle YOZ, \sphericalangle XOZ$ sunt unghiuri proprii, adiacente două câte două. Notăm $a = m(\sphericalangle XOY)$, $b = m(\sphericalangle YOZ)$, $c = m(\sphericalangle XOZ)$. Se știe că numerele $2a, 3b, 6c$ sunt direct proporționale cu numerele 3, 4, și respectiv 7.

a) Determinați a, b, c ;

b) Arătați că b este media aritmetică între a și c ;

c) Se construiește semidreapta $[OT$ în semiplanul determinat de dreapta OX care conține semidreapta $[OZ$, astfel încât $OT \perp OX$. Demonstrați că semidreapta opusă semidreptei $[OY$ este bisectoarea unghiului XOT .

Problemă propusă de prof. Zenovia Ismailescu

4. Se consideră un poligon cu cinci laturi. Se știe că lungimile laturilor sale sunt numere naturale diferite iar perimetrul său este un număr natural, mai mic decât 100, multiplu al tuturor celor cinci lungimi de laturi. Să se determine lungimile laturilor acestui poligon.

Problemă propusă de prof. dr. Dan Ismailescu

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

Timp de lucru 3 ore.