Olimpiada de Matematică –etapa judeţeană - Galaţi

13 martie 2010

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. probl.	Soluţie, rezolvare	Punctaj
1.	$p=2$; $q=3$; $r=5$.	1p
	$x=20$; $y=30$; $z=50$	2p
	T= $20^{2009}+30^{2009}+50^{2009}=10^{2009}(2^{2009}+3^{2009}+5^{2009})$.	2p
	$u(2^{2009}+3^{2009}+5^{2009})=u(2+3+5)=0$; Ultimele 2010 cifre ale lui T sunt zerouri $\Rightarrow$ suma lor este 0.	2p
2.	a) Fie $d\in\mathbb{N}^*$, $d\mid(7\cdot n+17)$ şi $d\mid(5\cdot n+12)\Rightarrow d\mid(35\cdot n+85)$ şi $d/(35\cdot n+84)$. Rez $d/1\Rightarrow d=1\Rightarrow$ fracţia este ireductibilă.	2p
	Din $\dfrac{x}{y}=\dfrac{7\cdot n+17}{5\cdot n+12}$ şi x - $y=14\Rightarrow y=\dfrac{70\cdot n+168}{2\cdot n+5}=35-\dfrac{7}{2\cdot n+5}$.	2p
	$y\in\mathbb{N}\Rightarrow\dfrac{7}{2\cdot n+5}\in\mathbb{N}\Rightarrow 2\cdot n+5=1(imposibil)$ sau $2\cdot n+5=7\Rightarrow n=1$.	2p
	Pentru $n=1$, se obţine $y=34$ şi x=48.	1p
3.	Orice număr $k\in\{1,2,3,4,...,2009\}$, poate fi scris sub forma $k=2^u\cdot v$, $u,v\in\mathbb{N}$, v este număr impar. Cel mai mare număr u din scrierea lui k este 10.	2p
	Aducând la acelaşi numitor în suma $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+...+\dfrac{1}{1024}+...+\dfrac{1}{2009}$, toţi numărătorii sunt numere pare cu excepţia numărătorului fracţiei $\dfrac{1}{1024}$ care este număr impar.	2p
	Aşadar, numărătorul, în final, este un număr impar $2\cdot m+1, m\in\mathbb{N}^*$, iar numitorul este de forma $2^{10}\cdot(2\cdot n+1), n\in\mathbb{N}^*$.	2p
	În concluzie, $\dfrac{a}{b}=\dfrac{2\cdot m+1}{2^{10}\cdot(2\cdot n+1)}, m,n\in\mathbb{N}^*, m\neq n.$ Cele două fracţii egale fiind ireductibile, rezultă că $b=2^{10}\cdot(2\cdot n+1)\Rightarrow 2^{10}/b$. Prin urmare, numărul p este 10.	1p
4.	Notăm : $m(\measuredangle AOB)=2a$, $m(\measuredangle COD)=2b$ şi $m(\measuredangle BOD)=c$. Din ipoteză, $a+b+45°=4c.\Rightarrow a+b=4c-45°$ (1) **www.mategl.com**	2p

	Sunt posibile două cazuri: **1.** $m(\measuredangle XOB) < m(\measuredangle XOD) \Rightarrow a+b+c=45° \Rightarrow a+b=45°-c \quad (2)$ Din (1) şi (2), rezultă că $c=18°,$ iar $m(\measuredangle AOC)=72°$.	**3p**
	2. $m(\measuredangle XOB) > m(\measuredangle XOD) \Rightarrow a+b-c=45° \Rightarrow a+b=45°+c \quad (3)$ Din (1) şi (3), rezultă că $c=30°,$ iar $\mathrm{m}(\measuredangle AOC)=120°$.	**2p**