100
2010
Anul Matematicii în Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

Olimpiada de Matematică –etapa județeană- Galați

13 martie 2010

Clasa a V-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluție, rezolvare**	**Punctaj**
1.	a) $\left.\begin{array}{l} 21 / \overline{abcd} \\ \overline{abcd} \text{ număr pătrat perfect} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{abcd} = 3^2 \cdot 7^2 \cdot k^2,\ k \in \mathbb{N}^*$	**2p**
	Numărul $3^2 \cdot 7^2 \cdot k^2$ are patru cifre pentru $k \in \{2,3,4\}$	**1p**
	$\overline{abcd} \in \{1764, 3969, 7056\}$	**1p**
	b) $77777^3 = 7^3 \cdot 11111^3;\ 22222^3 = 2^3 \cdot 11111^3;$	**1p**
	$77777^3 < 22222^3 \cdot 8^2 \Leftrightarrow 7^3 \cdot 11111^3 < 11111^3 \cdot 2^3 \cdot 8^2 \Leftrightarrow 7^3 < 8^3 \quad (A)$	**2p**
2.	Ultima cifră a numărului x, $x \in A$ poate fi 2 sau 7. Ultima cifră a numărului z, $z \in C$ poate fi $0,1,4,5,6$ sau 9. $A \cap C = \varnothing$.	**3p**
	$4000000 = 2000^2$; $4004001 = 2001^2$.	**2p**
	$B \cap C = \{2000^2\}$ (justificare)	**2p**
3.	Fie n numărul căutat; $n = 1000 \cdot c + r,\ 0 \le r < 1000,\ r \in \mathbb{N}$.	**2p**
	Din ipoteză $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} c = x^3,\ x \in \mathbb{N} \\ r = c^2 \end{array}\right. \Rightarrow r = x^6$	**2p**
	$\left.\begin{array}{l} r = x^6,\ x \in \mathbb{N} \\ 0 \le r < 1000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 0 \le x^6 < 1000 \\ x \in \mathbb{N} \end{array}\right. \Rightarrow x \in \{0,1,2,3\} \Rightarrow$ $n \in \{0, 1001, 8064, 27729\}$	**3p**
4.	a) Presupunem că toate resturile sunt 3, atunci suma lor este 36. Diferența 41-36=5 este determinată de diferența resturilor 4-3=1.Rezultă că sunt 5 resturi egale cu 4 și 7 resturi egale cu 3.	**3p**
	b) Fie numerele naturale $a_1, a_2, a_3, ..., a_{12}$ care satisfac condițiile din problemă. Fie $c_1, c_2, c_3, ..., c_{12}$ câturile obținute prin împărțirea numerelor $a_1, a_2, a_3, ..., a_{12}$ respectiv la n. Atunci : $a_1 = n \cdot c_1 + 3;\ a_2 = n \cdot c_2 + 3;\ a_3 = n \cdot c_3 + 3;\ a_4 = n \cdot c_4 + 3;$ $a_5 = n \cdot c_5 + 3;\ a_6 = n \cdot c_6 + 3;\ a_7 = n \cdot c_7 + 3; a_8 = n \cdot c_8 + 4;\ a_9 = n \cdot c_9 + 4;$ $a_{10} = n \cdot c_{10} + 4;\ a_{10} = n \cdot c_{11} + 4;\ a_{12} = n \cdot c_{12} + 4,\ n > 4.$	**2p**
	Dar $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{12} = 2010$ Asadar, $n \cdot (c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + ... + c_{12}) + 41 = 2010 \Rightarrow$ $n \cdot (c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + ... + c_{10}) = 1969;$ $1969 = 11 \cdot 179;$ Dar179 este număr prim(justificare).Rezultă că n=11.	**2p**