Olimpiada de Matematică –etapa județeană - Galați

12 martie 2011

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	**Soluție, rezolvare**	**Punctaj**
1.	$\overline{93xy8}=93008+\overline{xy0}=93009+\overline{xy0}-1$. $93009=43\cdot 2163$.	**2p**
	Din $\overline{93xy8}$ se divide cu 43 $\Rightarrow \left(\overline{xy0}-1\right)\vdots 43$. $u\left(\overline{xy0}-1\right)=9\Rightarrow\left(\overline{xy0}-1\right)$ este multiplu de 43 care are ultima cifră 9 $\Rightarrow$	**2p**
	$\overline{xy0}-1=3\cdot 43\Rightarrow\overline{xy0}=130$; $\overline{xy0}-1=13\cdot 43\Rightarrow\overline{xy0}=560$; $\overline{xy0}-1=23\cdot 43\Rightarrow\overline{xy0}=990$.	**2p**
	Numerele căutate sunt: 93138; 93568; 93998.	**1p**
2.	i)Numerele naturale nenule a,b,c, sunt direct proporționale cu numerele $0,(4);1;0,4\Rightarrow\dfrac{a}{\frac{4}{9}}=\dfrac{b}{1}=\dfrac{c}{\frac{2}{5}}\Rightarrow a=\dfrac{4}{9}\cdot b;c=\dfrac{2}{5}\cdot b.$	**1p**
	$\left.\begin{array}{l} a\in\mathbb{N}^*\Rightarrow b=9\cdot t,t\in\mathbb{N}^* \\ c\in\mathbb{N}^*\Rightarrow b=5\cdot u,u\in\mathbb{N}^* \\ (9;5)=1\end{array}\right\}\Rightarrow b=45\cdot k,\ \mathrm{k}\in\mathbb{N}^*$	**1p**
	$c=18\cdot k;a=20\cdot k$ $b+c=63\cdot k$; $(63\cdot k,20\cdot k)=1\Rightarrow k=1$; $a=20;b=45;c=18$.	**1p**
	ii) Înlocuind în ecuație pe $a=20;b=45;c=18$, ecuația devine $\dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y}=1$	**1p**
	$\dfrac{3}{x}=\dfrac{4}{y}+1\Leftrightarrow\dfrac{3}{x}=\dfrac{y+4}{y}\Leftrightarrow 3\cdot y=x\cdot(y+4)\Rightarrow(y+4)/3\cdot y$; Dar $(y+4)/(y+4)\Rightarrow(y+4)/3\cdot(y+4)\Rightarrow(y+4)/12\Rightarrow(y+4)\in D_{12}$	**2p**

	$y\in\mathbb{N}^* \Rightarrow y\geq 1 \Rightarrow y+4\geq 5;$ $\left.\begin{array}{l}(y+4)\in D_{12}\\ y+4\geq 5\end{array}\right\} \Rightarrow y+4\in\{6,12\} \Rightarrow y\in\{2,8\};$ $y=2\Rightarrow x=1;$ $y=8\Rightarrow x=2.$	**1p**
3.	De la 1 la 2011 sunt 1006 numere impare(un număr par de numere impare).	**2p**
	La o extragere, putem avea una din următoarele situaţii: a) numerele de pe cele două bilete extrase sunt pare $\Rightarrow$ diferenţa lor este un număr par $\Rightarrow$ se introduce în urnă un număr par $\Rightarrow$ numărul numerelor impare este un număr par; b) numerele de pe cele două bilete extrase sunt impare $\Rightarrow$ diferenţa lor este un număr par $\Rightarrow$ se introduce în urnă un număr par $\Rightarrow$ numărul numerelor impare este un număr par; c) numerele de pe cele două bilete extrase sunt : unul par, unul impar $\Rightarrow$ diferenţa lor este un număr impar $\Rightarrow$ se introduce în urnă un număr impar $\Rightarrow$ numărul numerelor impare este un număr par;	**3p**
	La penultima extragere, în urnă putem avea fie două bilete cu numere pare, fie două bilete cu numere impare. Deci, ultimul bilet va avea scris pe el un număr par.	**2p**
4.	$\triangle OBA' \equiv \triangle OB'A (L.U.L) \Rightarrow \measuredangle OBA' \equiv \measuredangle OB'A;$	**2p**
	$\triangle A'MB' \equiv \triangle AMB (L.U.U) \Rightarrow [MB] \equiv [MB'].$	**1p**
	$\triangle OMB' \equiv \triangle OMB (L.L.L) \Rightarrow \measuredangle AOM \equiv \measuredangle A'OM \Rightarrow M \in bisectoarei \measuredangle xOy$	**1p**
	Analog, se demonstrează că $N\in$ bisectoarei $\measuredangle x$Oy; $P\in$ bisectoarei $\measuredangle x$Oy;	**2p**
	$\Rightarrow M, N, P$ puncte coliniare. 	**1p**

	iii) Fie O vârful unghiurilor.Avem: $m(\sphericalangle s_1Os_2)=3^0=2^2-1, m(\sphericalangle s_1Os_3)=3^0+5^0=8^0=3^2-1.......m(\sphericalangle s_1Os_k)$ $=3+5+...(2k-1)=k^2-1.$ $m(\sphericalangle s_1Os_l)=3+5+...(2l-1)=l^2-1$ Pentru ca $s_k, s_l, 18\geq k>l$ să fie semidrepte opuse este necesar să avem: $k^2-1-(l^2-1)=180 \Leftrightarrow k^2-l^2=180 \Leftrightarrow (k-l)(k+l)=180$. Cei doi factori sunt divizori ai lui 180 cu aceeaşi paritate , deci sunt divizori pari. În plus $k-l<18, k+l<36$. Deci vom avea situaţiile : $180=6\cdot 30=10\cdot 18$,adică : $\begin{cases}k-l=6\\k+l=30\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=18\\l=12\end{cases}$ sau $\begin{cases}k-l=10\\k+l=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=14\\l=4\end{cases}$ adică semidreptele s_{18}, s_{12} şi s_{14}, s_4 sunt semidrepte opuse. În adevăr: $m(\sphericalangle s_{18}Os_1)+m(\sphericalangle s_1Os_{12})=37+12^2-1=37+143=180^0$ şi $m(\sphericalangle s_{14}Os_1)+m(\sphericalangle s_1Os_4)=360^0-(14^2-1)^0+(4^2-1)^0=$ $360^0-195^0+15^0=180^0$	**2p**
	www.mategl.com	