

Olimpiada de Matematică –etapa județeană- Galați

12 martie 2011

Clasa a V-a

Barem de evaluare

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	$n = 1 \Rightarrow 13 = 2 \cdot 6 + 1 \Rightarrow$ câtul=6,restul=1;	2p
	$n = 2 \Rightarrow 18 = 3 \cdot 6 \Rightarrow$ câtul=6,restul=0;	2p
	$5 \cdot n + 8 = 5 \cdot (n + 1) + 3. \quad n \geq 3 \Rightarrow n + 1 \geq 4 > 3 \Rightarrow$ câtul=5,restul=3.	3p
2.	$A = 7^{2013} - 7^{2012} + 7^{2011} - 7^{2010} = 7^{2010} \cdot (7^3 - 7^2 + 7 - 1) = 7^{2010} \cdot 300 \Rightarrow$	1p
	ultimele două cifre ale numărului A sunt egale cu zero.	1p
	Ultimele două cifre ale numerelor $7^2, 7^6, 7^{10}, \dots, 7^{4k+2}$ sunt 4 și 9 în această ordine, $k \in \mathbb{N}$;	2p
	Ultimele două cifre ale numerelor $7^3, 7^7, 7^{11}, \dots, 7^{4k+3}$ sunt 4 și 3, $k \in \mathbb{N}$;	
	Ultimele două cifre ale numerelor $7^4, 7^8, 7^{12}, \dots, 7^{4k}$ sunt 01, $k \in \mathbb{N}$. ; Ultimele două cifre ale numerelor $7^5, 7^9, 7^{13}, \dots, 7^{4k+1}$ sunt 07.	
	$2010 = 4 \cdot 502 + 2;$ Ultimele două cifre ale numărului 7^{2010} sunt 4 și 9 în această ordine. Atunci ultimele patru cifre ale numărului A sunt 4,7,0,0 în această ordine	3p
3.	Dacă $n \geq 5$, atunci $u(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n) = 0 \Rightarrow u(a) = 7 \notin \{0, 1, 4, 5, 6, 9\} \Rightarrow n \leq 4$	2p
	Pentru $n = 4 \Rightarrow a = 81$ (convine); Pentru $n = 3 \Rightarrow a = 63$ (nu convine); Pentru $n = 2 \Rightarrow a = 59$ (nu convine); Pentru $n = 1 \Rightarrow a = 58$ (nu convine).	2p
	www.mategl.com	

	$m \geq 5$ (nu convine); $m = 4 \Rightarrow b = 82$ (nu convine); $m = 3 \Rightarrow b = 64$ (convine) $m = 2 \Rightarrow b = 60$ (nu convine); $m = 1 \Rightarrow b = 59$ (nu convine).	2p
	$\left. \begin{array}{l} m = 3 \\ n = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow m^2 + n^2 = 25.$	1p
4.	Din condițiile a) și b), deducem succesiv: $3 = 3 \cdot 1 \in A$, $9 = 3 \cdot 3 \in A$, $27 = 3 \cdot 9 \in A$, $81 = 3 \cdot 27 \in A$.	3p
	Deoarece $81 = 5 \cdot 17 - 4$, rezulta ca $17 \in A \Rightarrow 3 \cdot 17 \in A$	2p
	Deoarece $51 = 5 \cdot 11 - 4 \in A \Rightarrow 11 \in A$.	2p
	www.mategl.com	