MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
romania2019.eu
Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Judeţeană/a Sectoarelor Municipiului Bucureşti, 16 martie 2019

CLASA a VI-a

Problema 1. În jurul punctului O se consideră unghiurile $\widehat{A_0OA_1} = 1°$, $\widehat{A_1OA_2} = 2°$, $\widehat{A_2OA_3} = 3°, \ldots, \widehat{A_{25}OA_{26}} = 26°$ şi $\widehat{A_{26}OA_0}$.

a) Determinaţi măsura unghiului $\widehat{A_{26}OA_0}$.

b) Pentru câte valori ale numărului natural n, $1 \leq n \leq 25$, avem $\widehat{A_0OA_n} > \widehat{A_0OA_{n+1}}$?

Gazeta Matematică

Problema 2. O mulţime M de numere întregi are proprietăţile:

i) 1 este element al lui M;

ii) dacă x şi y sunt elemente ale lui M, atunci $2x + 3y$ este element al lui M;

iii) dacă x, y sunt numere întregi şi $4x - 3y$ este element al lui M, atunci $x \cdot y$ este element al lui M.

Arătaţi că mulţimea M conţine numerele 2, 3, 4, 5 şi 2019.

Problema 3. Fie mulţimea $A = \{1, 2, 3, \ldots, 100\}$.

a) Daţi exemplu de submulţime B cu 11 elemente, a mulţimii A, având proprietatea: *oricum am lua două elemente din B, cel mai mare divizor comun al lor este cel puţin 9.*

b) Arătaţi că, oricum am alege o submulţime C cu 11 elemente, a mulţimii A, există două elemente distincte din C al căror cel mai mare divizor comun este cel mult 9.

Problema 4. O mulţime va fi numită *interesantă* dacă elementele ei sunt numere prime şi este îndeplinită condiţia:

oricum am alege trei elemente distincte ale mulţimii, suma numerelor alese este număr prim.

Determinaţi care este numărul maxim de elemente pe care le are o mulţime interesantă.

Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.