Ministerul Educaţiei, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa finală, Călăraşi, 29 mai 2010

CLASA a VI-a

Problema 1. Se consideră mulţimea

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Q}_+ \mid x = \frac{a}{b}, \text{unde } a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$$

.

a) Determinaţi numărul de elemente ale mulţimii A.

b) Demonstraţi că nu există două mulţimi disjuncte, X şi Y, astfel încât $X \cup Y = A$ şi suma elementelor din X să fie egală cu suma elementelor din Y.

Problema 2. Determinaţi pătratele perfecte nenule care se pot scrie sub forma $\overline{abcd} - \overline{dcba}$, unde a, b, c şi d sunt cifre nenule şi $b < c$.

Problema 3. În triunghiul ABC punctul M este mijlocul laturii $[BC]$ şi $m(\sphericalangle ACB) = 15^\circ$. Ştiind că $m(\sphericalangle AMB) = 45^\circ$, determinaţi măsura unghiului BAC.

Problema 4. În două ţări vecine, $Narnia$ şi $Urania$, unităţile monetare sunt reprezentate de monede numite *taleri*, respectiv *arginţi*. În $Narnia$ un *argint* se schimbă cu 4 *taleri* şi în $Urania$ un *taler* se schimbă cu 9 *arginţi*. $Miraz$ trece dintr-o ţară în alta şi schimbă monede. Iniţial $Miraz$ se află în $Narnia$ şi are un singur *taler* şi niciun *argint*.

a) Verificaţi dacă la un moment dat $Miraz$ poate avea în total 21 de monede.

b) Demonstraţi că în niciun moment $Miraz$ nu poate avea numărul de *taleri* egal cu numărul de *arginţi*.

Timp de lucru $2\frac{1}{2}$ ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru clarificări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.