



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa națională, Hunedoara, 23 aprilie 2019

CLASA a VI-a – subiecte

Problema 1. Se consideră un număr rațional r și numerele naturale $a_1, a_2, \dots, a_6, b_1, b_2, \dots, b_6$ astfel încât $1 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_6 \leq 11$ și

$$r = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{a_4}{b_4} = \frac{a_5}{b_5} = \frac{a_6}{b_6}.$$

Arătați că r este număr întreg.

Problema 2. Determinați toate perechile (a, b) de numere naturale pentru care fracțiile

$$\frac{3a + 8b + 2}{10a + 2b + 1} \quad \text{și} \quad \frac{8a + b + 3}{2a + 7b + 3}$$

reprezintă, simultan, numere naturale.

Problema 3. Determinați cel mai mare număr natural n pentru care este îndeplinită condiția

există n semidrepte distincte două câte două, cu aceeași origine, astfel încât măsura oricărui unghi format de aceste semidrepte este un număr natural care nu este prim.

Problema 4. În interiorul unghiului propriu \widehat{AOD} considerăm punctele B și C astfel încât $OA = OB$, $OD = OC$, segmentele AC și BD se intersectează în punctul P , iar semidreapta (PO) este bisectoarea unghiului \widehat{APD} . Arătați că unghiurile \widehat{AOB} și \widehat{COD} sunt congruente.

*Timp de lucru 2 ore. Se adaugă 60 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*